

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**ETAPA LOCALĂ VRANCEA****07.02.2026****CLASA A VIII-A SUBIECTE**

1. Fie numerele reale $x = \sqrt{\frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}}$ și $y = \sqrt{\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}}$. Să se calculeze numărul real
- $$a = x^{10} - x^8 + x^4 + x^2 + y^{10} - y^8 + y^4 + y^2$$

Supliment Gazeta matematică

2. Se consideră expresia $E(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$, unde numerele naturale a, b, c sunt lungimile laturilor unui triunghi.

a) Arătați că $E(a, b, c) = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$.

b) Dacă $E(a, b, c) = 1$, arătați că triunghiul este isoscel.

c) Dacă triunghiul este dreptunghic arătați că $E(a, b, c) < \max\{a^2, b^2, c^2\}$, unde $\max\{x, y, z\}$ reprezintă cel mai mare dintre numerele x, y, z .

Sfetcu Traian

3. Se consideră cubul ABCDA'B'C'D' și Q piciorul perpendicularei dusă din B' pe dreapta AD'.

a) Să se arate că D'B este perpendiculară pe planul (AB'C).

b) Să se determine cosinusul unghiului format de dreptele D'B și B'Q.

4. Fie VABCD o piramidă patrulateră regulată de bază ABCD, cu muchia bazei de lungime egală cu a cm și înălțimea VO egală cu $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ cm. Știind că punctul E este proiecția ortogonală a punctului B pe planul (VDC), să se determine:

a) distanța de la punctul E la planul (VAB);

b) sinusul unghiului format de dreapta AE cu planul (VAB).

*Lipan Fănel***NOTĂ:**

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

Propunători:

prof. Sfetcu Traian, Liceul Teoretic "Ioan Slavici" Panciu

prof. Lipan Fănel, Școala Gimnazială "Alexandru Vlahuță" Focșani