OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ-VRANCEA

10.02.2024

CLASA A VII-A

SUBIECTE + BAREM DE CORECTARE

1.Fie A = 2+4+6+ … +4016+ … +4048

$B = 2024\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2025}\right)$

Calculați $x = \sqrt{A-2025\cdot B}$

Soluție:

$A=2(1+2+\ldots+2024)= \cancel{2}\cdot\frac{2024\cdot 2025}{\cancel{2}} = 2024\cdot 2025$ 3p

$B = 2024\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\cdot K\cdot\frac{\cancel{2024}}{2025} = \frac{2024}{2025}$ 2p

$x = \sqrt{2024\cdot 2025-\cancel{2025}\cdot\frac{2024}{\cancel{2025}}} = \sqrt{2024(2025-1)} = 2024$ 2p

2. Determinaţi $\overline{aba} \in$ **N**cu proprietatea $\sqrt{\overline{aba}} = \frac{a^2}{3} + 2b$

Supliment Gazeta Matematică nr. 9\ 2023

Soluție : $\frac{a^2}{3} \in$ **N**⤇3| a^2 atunci 3| a , a cifră nenulă ⤇a ∈{3,6,9} 2p

$\sqrt{\overline{aba}} \in$ **N**⤇ $\overline{aba}$ pătrat perfect **.** 1p

Dacă a=3 ⤇ $\overline{aba} \in \{324, 361\}$ 1p

Dacă a=6 ⤇ $\overline{aba} \in \{625, 676\}$ 1p

Dacă a = 9 ⤇ $\overline{aba} \in \{961\}$ 1p

Singura soluţia este a= 6 şi b= 7 şi $\overline{aba}$ =676 1p

3.Fie M și N mijloacele laturilor CD și AD ale pătratului ABCD și $CN \cap BM = \{P\}$. Demonstrați că:

a) Triunghiurile DNC și BMC sunt congruente

b) $CN \perp BM$

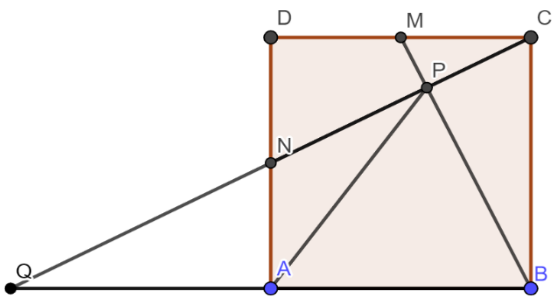
c) $\triangle APB$ este isoscel.

Soluție:

a) $\triangle CDN \equiv \triangle BCM$

$\sphericalangle D \equiv \sphericalangle C\ (90^0)$

$DN \equiv CM$
$DC \equiv CB$ (C.C.) 2p



b) Din a) $\Rightarrow \sphericalangle DCN = \sphericalangle CBM = x$ și $\sphericalangle CMB = \sphericalangle CND = y$

$\triangle CDN : x + y = 90^0 \Rightarrow \triangle MCP : x + y = 90^0 \Rightarrow \sphericalangle P = 90^0$,deci $CN \perp BM$ 3p

c) Fie $CN \cap AB = \{Q\}$; $\triangle ANQ \equiv \triangle DNC$ (C.U) $\Rightarrow AQ \equiv DC \equiv AB \Rightarrow$

PA mediană în $\triangle QPB$ dreptunghic $\Rightarrow PA \equiv AB$ 2p

4. Fie ABCD un paralelogram, punctul M simetricul punctului B față de punctul D, iar N un punct situat pedreapta BC astfel încât $B \in (CN)$ și $BN = 2 \cdot BC$.

Demonstraţi că punctele M, A, N sunt coliniare.

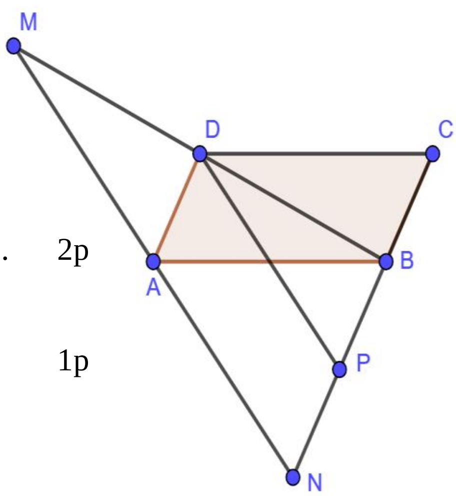
Soluţie: Fie punctul P mijlocul segmentului BN. 1p

Deducem că segmentele AD şi NP sunt paralele şi egale, rezultă că patrulaterul ADPN este paralelogram, 2p

Prin urmare dreptele AN şi DP sunt paralele (1). 1p

DP este linie mijlocie în triunghiul BMN, paralelă cu latura MN (2). 2p

Din relaţiile (1) şi (2), ţinând cont de axioma paralelelor, deducem căpunctele M, A, şi N sunt coliniare. 1p



NOTĂ: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

Propunători:
prof. PREDA CĂTĂLIN, C.N.U. Focșani
prof. BAICIU IULIANA, Șc. Gimnazială Anghel Saligny, Focșani