

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ****ETAPA LOCALĂ-VRANCEA****10.02.2024****CLASA A VIII-A****SUBIECTE**

1. a) Demonstrați că  $\frac{1}{\sqrt{n+1}\sqrt{n}(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}, n \in \mathbb{N}^*$

b) Demonstrați că suma

$$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot 1 (\sqrt{2} + \sqrt{1})} + \frac{1}{\sqrt{3} \cdot 2 (\sqrt{3} + \sqrt{2})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2025} \cdot 2024 (\sqrt{2025} + \sqrt{2024})}$$

este mai mică decât 1.

2. Determinați numerele reale  $x, y, z$  care satisfac inegalitatea:

$$\sqrt{5(x^2 + 4 - 4x) + 4} + \sqrt{50 + 14y + y^2} \leq 10z - z^2 - 22$$

3. Fie punctele necoplanare  $A, B, C$  și  $D$ . Se consider  $G_1, G_2, G_3$  centrele de greutate ale triunghiurilor  $ABC, ACD$  și, respectiv,  $ABD$ .

a) Demonstrați că planele  $(G_1G_2G_3)$  și  $(BCD)$  sunt paralele.

b) Dovediți că drepte  $BG_2, CG_3$  și  $DG_1$  sunt concurente.

4. Fie  $ABCD A'B'C'D'$  un cub și punctele  $M$  – mijlocul lui  $[A'B']$ ,  $N$  – mijlocul lui  $[A'D']$ ,  $Q$  – mijlocul lui  $[DC]$ . Notăm  $\alpha = (MNQ)$ .

a) Dacă dreapta  $D'C'$  intersectează planul  $\alpha$  în punctul  $T$ , demonstrați că  $[A'T] \equiv [MD']$ .

b) Fie  $\{P\} = DD' \cap \alpha$  și  $\{S\} = BB' \cap \alpha$ . Demonstrați că patrulaterul  $PQSM$  este dreptunghi.

G.M. 9/2023

**NOTĂ:**

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

Propunători:

prof. Dorneanu Angela, Colegiul Național "Emil Botta" Adjud  
prof. Lipan Fănel, Școala Gimnazială "Alexandru Vlahuță" Focșani