

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 10.02.2024

Clasa a X-a

Subiectul 1.

Numerele complexe nenule a, b, c au același modul și verifică relația $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \in \mathbb{R}$.

Arătați că $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$. (SGM 9/2023)

Subiectul 2.

Fie $x, y \in (0, +\infty) - \{1\}$. Arătați că $\log_x y + \log_y x \geq 2$ dacă și numai dacă $xy + 1 > x + y$.

Subiectul 3.

a) Să se rezolve ecuația: $16^x + 15^x = 20^x + 9^x$;

b) Să se rezolve inecuația: $16^x + 15^x \geq 20^x + 9^x$.

Subiectul 4.

Fie $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = z + |z|$.

a) Să se arate că f nu este injectivă;

b) Să se arate că f nu este surjectivă;

c) Să se afle $\text{Im } f$.

NOTĂ:

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

Propunători:

prof. Noană Cornel – C. N. „Unirea”, Focșani

prof. Mohonea Marius – C. N. „Unirea”, Focșani