



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – VRANCEA

08.02.2020

CLASA A VIII-A

SUBIECTUL 1.

a) Dacă a și b sunt numere reale astfel încât $a^2 + b^2 - 2a\sqrt{2} - 2b\sqrt{3} + 5 = 0$, demonstrați că

$$\left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right)(b - a) = 1.$$

b) Dacă $a, b \in \mathbb{R}^*$ și

$$4\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) - 20\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 33 \leq 0,$$

arătați că $a = 2b$ sau $b = 2a$.

SUBIECTUL 2. Fie $ABCD A' B' C' D'$ un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 3\sqrt{2}$ cm și $BC = 2\sqrt{3}$ cm. Dacă $m(\widehat{AD'}, \widehat{B'C}) = 60^\circ$, calculați BD' .

SUBIECTUL 3. Determinați numerele reale a, b, c dacă

$$a + b + c = 1$$

și

$$ab + bc + ca \geq \frac{1}{3}.$$

Gazeta Matematică 2019

SUBIECTUL 4. Alegem 8 numere din mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 12\}$ și le așezăm în vârfurile unui cub.

a) Demonstrați că putem proceda în așa fel încât suma numerelor din oricare două vârfuri care pot fi unite printr-o muchie să fie divizibilă cu 3.

b) Demonstrați că nu putem proceda în așa fel încât suma numerelor din oricare două vârfuri care pot fi unite printr-o muchie să fie divizibilă cu 2.

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

Propunători:

Prof. Anca CUCU, Școala Gimnazială „Ion Basgan” Focșani

Prof. Laurențiu ȚIBREA, Școala Gimnazială „Duiliu Zamfirescu” Focșani