



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-VRANCEA

08.02.2020

CLASA a X-a

1. Să se arate că numărul $\frac{5}{1-3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{4}} - \frac{17}{1+3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{4}} - 2\sqrt[3]{2}$ este un număr natural.

(Gazeta Matematică Nr. 11 – 2019)

2. Fie funcția $f: [1,4] \rightarrow [1,10]$, $f(x) = x^2 + ax + b$. Să se determine a și b numere reale astfel încât funcția să fie bijectivă.
3. Se consideră un număr complex z , care satisface relația $z + \frac{1}{z} = 2\sin\alpha$, $\alpha \in \mathbf{R}$. Să se calculeze $z^n + \frac{1}{z^n}$ pentru orice număr natural n .
4. Fie numărul real a , numărul natural nenul n și numărul $z \in \mathbf{C} \setminus \mathbf{R}$ cu proprietatea $z^n + z \cdot n + a = 0$. Arătați că $|z| \geq 1$.

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

Propunători:
prof. Pătrașcu Enache
prof. Bucur Mioara