MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CONCURSUL NAȚIONAL
Tehnici Matematice – ediția XVII
Etapa județeană – 07 februarie 2020
Profil Pedagogic

Clasa a IX-a

Subiectul I **(30 puncte)**

a) Se consideră scrierea zecimală $0,a_1a_2a_3 \ldots a_n \ldots$ a numărului $\frac{1}{13}$.
Calculați $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{2020}$

b) Aflați $n \in \mathbb{N}$ care verifică relația:

$$\sqrt{4n^2 - 4n + 1} + |3 - 6n| \leq 12$$

c) Aflați $x \in \mathbb{R}$ pentru care:

$$\left[\frac{2x-1}{3}\right] + \left[\frac{4x-2}{6}\right] = \frac{5x-4}{3}$$

Subiectul al II-lea **(30 puncte)**

Fie M o mulțime de numere reale strict pozitive cu următoarele proprietăți:

i. $1 \in M$

ii. dacă $x \in M$ atunci $3x + 1 \in M$

iii. dacă $x^2 \in M$ atunci $x \in M$

Arătați că: a) $\sqrt{7} \in M$

..... b) $13 \in M$

c) $11 \in M$

Subiectul al III-lea **(30 puncte)**

Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu termeni strict pozitivi pentru care notăm cu $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$, $n \geq 1$.

a) Pentru $a_1 = 1$ și $r = 2$, calculați S_{2020}

b) Dacă $\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$, cu $m \neq n$ arătați că $\frac{a_m}{a_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$

c) Știind că $16 \cdot S_m = m^2 \cdot S_4$, $m > 4$, determinați cel mai mare număr natural m pentru care $a_m < 100 \cdot a_4$

Timp de lucru 2 ore.
Se acordă 10 puncte din oficiu.