

Profil Științele naturii

BAREM - Clasa a IX a

- I. a)** $x - 3 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$ 3 p
 $x - 3 \leq \frac{x}{2} < x - 3 + 1 \Rightarrow x \in (4,6)$ 5 p
 Finalizare $x \in \{5; 6\}$ 2 p
- b)** $\left. \begin{matrix} [x] \in \mathbb{Z} \\ \{y\} \in [0,1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow [x] = 3 \text{ și } \{y\} = 0,5$ 4 p
 $\left. \begin{matrix} [x] + \{x\} + [y] = 4,5 \\ [x] + [y] \in \mathbb{Z} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \{x\} = 0,5 \text{ și } [x] + [y] = 4$ 4 p
 $\Rightarrow [y] = 1 \Rightarrow y = 1,5 \text{ și } x = 3,5$ 2 p
- c)** $a^2 + b^2 + 8 \geq 4(a + b) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 8 \geq 4a + 4b$ 2 p
 $a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 \geq 0$ 5 p
 $(a - 2)^2 + (b - 2)^2 \geq 0$ (Adevarat) 3 p
- II. a)** Primul element din A_n este $a_n = n^2 + n - 1$ 3 p
 iar ultimul este $b_n = n^2 + 3n - 1$ 3 p
 deci $a_{15} = 239, b_{15} = 269$ 2 p
 Suma cerută este $(1+3+5+\dots+269) - (1+3+5+\dots+237) = 135^2 - 119^2$ 2 p
- b)** $a, b, c, d \Rightarrow b^2 = a \cdot c; c^2 = b \cdot d \text{ și } a \cdot d = b \cdot c$ 3 p
 Calc. $(b + c)^2 = b^2 + c^2 + 2bc$ 3 p
 Calc. $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ 3 p
 Finalizare: $(b + c)^2 = (a + b)(c + d)$ 1 p
- c)** $S = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{11 \dots 1}_n = (9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_n) \cdot \frac{1}{9}$ 3 p
 $= (10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^n - 1) \cdot \frac{1}{9}$ 3 p
 $= (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n - n) \cdot \frac{1}{9}$ 3 p
 $= \left(10 \cdot \frac{10^n - 1}{9} - n\right) \cdot \frac{1}{9} = \frac{10^{n+1} - 10}{81} - \frac{n}{9}$ 1 p
- III. a)** ΔABC dreptunghic 5 p
 $\sphericalangle \alpha = \frac{\pi}{2}$ 5 p
- b)**
 i) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM} \Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{GM} = \vec{0}$ 3 p
 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AH}$ 1 p
 $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OM} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OH}$ 1 p
 $AH \perp BC, OM \perp BC$
 Fie $D = S_O(A) \Rightarrow BHCD$ paralelogram 2 p
 $\Rightarrow M = \text{mij}(DH) \Rightarrow [OM] = \text{linie mijlocie în } \Delta AHD \Rightarrow AH = 2OM \Rightarrow \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$ 2 p
 Finalizare 1 p
- ii) $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{NM}$ 3 p
 $\overrightarrow{NM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ 3 p
 $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow q = \frac{4}{3}$ 4 p

* La orice soluție corectă se acordă punctaj maxim.
 Se acordă 10 puncte din oficiu.