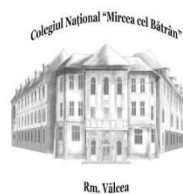




MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI
CERCETĂRII



**CONCURSUL NAȚIONAL
Tehnici Matematice – ediția XVII
Etapa județeană – 07 februarie 2020
Profil Tehnologic și Economic administrativ**

Clasa a XII-a

Subiectul I

(30 puncte)

1. Arătați că $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : \frac{5}{12} = 1$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 2x + 3$. Calculați distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axa absciselor.
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0$.
4. Prețul inițial al unui obiect se scumpește cu 19%. În urma acestei scumpiri, el costă acum 1071 lei. Să se calculeze prețul inițial al produsului.
5. Determinați numărul real x pentru care vectorii $\vec{u} = (x - 3)\vec{i} + (x + 1)\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ sunt coliniari.
6. Demonstrați că $3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$, pentru orice număr real x .

Subiectul al II-lea

(30 puncte)

1. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$
 - a) Calculați determinantul matricei A .
 - b) Rezolvați ecuația matriceală $A \cdot X = B$.
 - c) Determinați matricea A^n , pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
2. Pe mulțimea numerelor reale, definim legea de compoziție: $x * y = xy - 5x - 5y + 30$.
 - a) Arătați că mulțimea $G = (5, \infty)$ este stabilă în raport cu legea de compoziție.
 - b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x + 1) * (x - 1) = 8$.
 - c) Știind că $(G, *)$ este grup, aflați numerele reale a și b , astfel încât funcția $f: (0, \infty) \rightarrow (5, \infty), f(x) = ax + b$, să determine un izomorfism între grupul numerelor reale strict pozitive, împreună cu înmulțirea și grupul $(G, *)$.

Subiectul al III-lea

(30 puncte)

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + a$, unde a este un număr real.
 - a) Determinați ecuația asimptotei către $+\infty$ a funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + x + 1}$.
 - b) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la grafic este paralelă cu axa Ox .
 - c) Determinați valorile lui a pentru care ecuația $f(x) = 0$ are trei rădăcini reale.



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI
CERCETĂRII



2. Se consideră funcțiile $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_a(x) = \frac{1}{|x-a|+1}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

a) Să se calculeze $\int_2^4 \frac{1}{f_1(x)} dx$.

b) Să se calculeze $\int_0^2 f_1(x) dx$.

c) Să se calculeze $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^1 f_a(x) dx$.

Timp de lucru 3 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Subiectele au fost propuse de:

prof. Dragoș Constantinescu

prof. Florin Dorian Smeureanu

prof. Cătălin Bîrzescu

prof. Tiberiu Vătafu

Tehnoredactare: inf. Fuscel Ion Cristian