



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI
CERCETĂRII



CONCURSUL NAȚIONAL
Tehnici Matematice – ediția XVII
Etapa județeană – 07 februarie 2020
Profil Pedagogic

Clasa a- XI- a

Subiectul I **(30 puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 2017$.

1. Arătați că $2000 * 17 = 0$.
2. Arătați că legea de compoziție „*” este asociativă.
3. Demonstrați că $a * (a + 2017) = (a + 1008)$, pentru orice număr real a .
4. Determinați numărul real x , știind că $4^x * 2^x = -2011$.
5. Determinați cel mai mare număr natural n , pentru care $n * n \leq n$.
6. Arătați că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}} * \frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

Subiectul al II-lea **(30 puncte)**

În factura pe care o primește o familie de la S.C. Apavil se află următoarele informații:

Servicii	Cantitatea	Preț/lei/ m^3	Cota TVA
Apă rece potabilă	$17m^3$	3,40	9%
Canalizare apă	$17m^3$	2/53	19%

- a) Ce sumă îi revine Societății Comerciale Apavil pentru serviciile furnizate?
- b) Ce sumă pleacă la bugetul de stat?
- c) Ce procent reprezintă suma ce pleacă la bugetul de stat din suma totală plătită de familie?

Subiectul al III-lea **(30 puncte)**

- 1) Determinați probabilitatea ca un număr natural mai mic decât 1000 să aibă produsul cifrelor mai mic decât 3.
- 2) Perechea de numere întregi (a, b) se numește *ideală* dacă $a^2 - 3b^2 = 1$.
 - a) Determinați $a \in \mathbb{Z}$ pentru care perechea $(a, 15)$ este ideală;
 - b) Definim compunerea a două perechi de numere întregi prin $(a, b) * (c, d) = (ac + 3db, ad + bc)$. Demonstrați că dacă (a, b) și (c, d) sunt perechi ideale atunci și compunerea lor este o pereche ideală.

Timp de lucru 2 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.