



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI  
CERCETĂRII



**CONCURSUL NAȚIONAL**  
**Tehnici Matematice – ediția XVII**  
**Etapa județeană – 07 februarie 2020**  
**Profil Tehnologic și Economic administrativ**

**Clasa a XI-a**

**Subiectul I** **(30 puncte)**

Fie  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  și  $X(a) = I_2 + aA$ , unde  $a$  este un număr real.

- Arătați că  $X(a) \cdot X(b) = X((a+1)(b+1)-1)$ , pentru orice numerele reale  $a$  și  $b$ .
- Calculați  $X(1) + X(2) + \dots + X(2020)$ .
- Determinați numărul natural nenul  $n$  pentru care  $X(1) + X(2) + \dots + X(n) = nX(1) \cdot X(2) \cdot \dots \cdot X(n)$ .

**Subiectul al II-lea** **(30 puncte)**

În sistemul de axe ortogonale  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,2)$ ,  $B(2,4)$  și dreapta  $d: x+y=4$ .

- Determinați distanța de la origine la dreapta  $AB$ .
- Determinați un punct  $M \in d$ , având coordonatele numere naturale, astfel încât aria triunghiului  $ABM$  să fie un număr natural minim nenul.
- Determinați coordonatele punctului  $C$ , unde  $C \in d$  și triunghiul  $ABC$  este dreptunghic în  $A$ .

**Subiectul al III-lea** **(30 puncte)**

a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x+3} - \sqrt{4x+1}}{\sqrt{10-3x} - \sqrt{6-x}}$ .

b) Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} ax + b, & x < e \\ \ln^3 x, & x \geq e \end{cases}$  unde  $a, b \in \mathbf{R}$ . Determinați  $a, b \in \mathbf{R}$

astfel încât funcția  $f$  să aibă limită în  $x_0 = e$  și să existe  $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{3(x^2 - e^2)}$ .

c) Fie  $f: D \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = ax + \sqrt{bx^2 + cx + 2}$ , unde  $a, b > 0, c \in \mathbf{R}$ . Determinați numerele reale  $a, b, c$  astfel încât funcția  $f$  să admită spre  $+\infty$  ca asimptotă o dreaptă paralelă cu dreapta de ecuație  $y = 4x + 5$ , iar  $y = 2$  să fie asimptotă orizontală spre  $-\infty$ .

Timp de lucru 2 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Subiectele au fost propuse de:

prof. Alexandru Stătie

prof. Cătălin Bîrzescu

prof. Marin Mazilu

prof. Cătălin Badea

Tehnoredactare: inf. Fuscel Ion Cristian