MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

CONCURSUL NAȚIONAL
Tehnici Matematice – ediția XVII
Etapa județeană – 07 februarie 2020
Profil Pedagogic

Clasa a- X-a

Subiectul I **(30 puncte)**

Se consideră expresia $E(a) = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{a}-1} - \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a}+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt[3]{a}+1} + \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{a}+1}\right)$, oricare ar fi $a \in$ R - $\{-1,1\}$.

a)Pentru a=2 , arătați că E(a) este număr natural.

b)Determinați $a \in$ Z $- \{-1,1\}$ pentru care E(a) este număr întreg.

c)Calculați : $\log_{\sqrt[3]{2}}\left(1-\frac{1}{5}\right) + \log_{\sqrt[3]{2}}\left(1-\frac{1}{6}\right) + \log_{\sqrt[3]{2}}\left(1-\frac{1}{7}\right) + \cdots + \log_{\sqrt[3]{2}}\left(1-\frac{1}{512}\right)$

Subiectul al II-lea **(30 puncte)**

a) Demonstrația că expresia E(x)=$\left(\frac{x^{\sqrt{2}+\sqrt{6}}}{x^{\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{2}} : \left(\frac{x^{\sqrt{3}}}{x^{\sqrt{3}-2}}\right)^{\sqrt{3}+2} \cdot \frac{16}{3^2}$ îndeplinește condiția $E\big(0,(6)\big) < 10$.

b) Calculați: $A = \frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_{a^2} x} + \cdots + \frac{1}{\log_{a^n} x}$, unde $a, x \in (0,\infty)\backslash\{1\}, n \in \mathbb{N}^*$.

c) Notăm $t = \log_2 3$. Dacă $u = \log_{12} 18$ și $v = \log_{24} 54$, să se determine că $u \cdot v + 5(u - v) = 1$.

Subiectul al III-lea **(30 puncte)**

a) Să se rezolve , în $\mathbb{R}$ inecuația : $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{5x+2}} \le \frac{25}{4}$.

b) Dacă $x \in R$ are proprietatea că $3^x + 3^{-x} = 7$. Calculați: $9^x + 9^{-x}$ si $729^x + 729^{-x}$.

c) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + m^2 - 4m + 5$ și A punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa (Oy). Determinați valoarea minimă a lungimii segmentului [OA].

Timp de lucru 2 ore.
Se acordă 10 puncte din oficiu.