



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI
CERCETĂRII



CONCURSUL NAȚIONAL
Tehnici Matematice – ediția XVII
Etapa județeană – 07 februarie 2020
Profil Tehnologic și Economic administrativ

Clasa a X-a

Subiectul I **(30 puncte)**

- a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{\frac{2x-3}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{2x-3}} = \frac{10}{3}$.
- b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $0,25 \cdot 8^{3x-4} = \left(\frac{0,125}{\sqrt{2}}\right)^{-2x}$.
- c) Determinați suma pătratelor soluțiilor ecuației $4^{\sqrt{x^2+3}} - 2^{1+\sqrt{x^2+3}} = 8$.

Subiectul al II-lea **(30 puncte)**

- a) Calculați modulul numărului complex $z = \left(\frac{\sqrt{4-\sqrt{13}} + i\sqrt{4+\sqrt{13}}}{\sqrt{3}-i\sqrt{5}}\right)^{2020}$.
- b) Se consideră numărul complex $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$. Calculați:
- $z^2 + z + 1$ și z^3 .
 - $\left(z + \frac{1}{z}\right)\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right) \cdots \left(z^{30} + \frac{1}{z^{30}}\right)$.

Subiectul al III-lea **(30 puncte)**

- a) Calculați $\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \operatorname{ctgx} + \log_{\operatorname{ctgx}} \frac{1}{\sin x} + \log_{\operatorname{tgx}} \frac{1}{\sin x} + \log_{\frac{1}{\sin x}} \cos x + \log_{\frac{1}{\cos x}} \sin x$, unde $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
- b) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbf{R} \setminus \{2\}$, $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$
- Să se demonstreze că funcția f este inversabilă și să se calculeze f^{-1} .
 - Să se rezolve ecuația $x \cdot f(x) - 3 \cdot f^{-1}(x) = 2$.

Timp de lucru 2 ore.
Se acordă 10 puncte din oficiu.

Subiectele au fost propuse de:
prof. Alexandru Statie
prof. Cătălin Bîrzescu
prof. Constantin Mițu
prof. Silviu Statie
Tehnoredactare: inf. Fuscel Ion Cristian