Profil Tehnologic și Economic administrativ

BAREM - Clasa a XII-a

Subiectul I

1. $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right):\frac{5}{12}=\left(\frac{8}{12}-\frac{3}{12}\right):\frac{5}{12}$ 3p
   $\frac{5}{12}\cdot\frac{12}{5}=1$. 2p
2. $f(x)=0$, $\Delta=16$, $x_1=-1$, $x_2=3$, coordonatele punctelor de intersecție cu axa Ox sunt $A(-1;0), B(3;0)$. 3p
   Distanța dintre puncte este 4. .... 2p
3. Condiția de existență $x>2$. 1p
   $x=2^3=8$. 4p
4. $x+\frac{19}{100}x=1071$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire. 3p
   $x=900$ de lei. 2p
5. $x-3=\frac{x+1}{2}$. 3p
   $x=7$. 2p
6. $sin^4x+cos^4x=1-2sin^2xcos^2x$. 2p
   $sin^6x+cos^6x=1-3sin^2xcos^2x$. 2p
   Finalizare. 1p

Subiectul II

1. a) det(A)=1. .... 5p
   b) $A^*=A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-2&2\\0&1&-3\\0&0&1\end{pmatrix}$. 2p
   $X=A^{-1}\cdot B=\begin{pmatrix}7&8&9\\-17&-19&-21\\7&8&9\end{pmatrix}$. 3p
   c) Fie matricea $C=\begin{pmatrix}0&2&4\\0&0&3\\0&0&0\end{pmatrix}$. Atunci $A=I_3+C$. 1p
   $C^2=\begin{pmatrix}0&0&6\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ și $C^3=O_3$. 2p
   $A^n=(I_3+C)^n=I_3+n\begin{pmatrix}0&2&4\\0&0&3\\0&0&0\end{pmatrix}+\frac{n(n-1)}{2}\begin{pmatrix}0&0&6\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2n&n(3n+1)\\0&1&3n\\0&0&1\end{pmatrix}$
   .... 2p
2. a) Partea stabilă 5p
   b) $(x+1)*(x-1)=8 \Leftrightarrow x^2-10x+21=0$. 3p
   $x_1=3$ și $x_2=7$ 2p

c) $f(x \cdot y) = f(x) * f(y), \forall x, y \in (0, \infty)$ 2p
$a = 1, b = 5$ 2p
bijectivitatea 1p

Subiectul III

1. a) Funcția nu are asimptotă orizontală către $+\infty$. 1p
$m = \lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{x} = 1$. 2p
$n = \lim_{x\to\infty}(g(x) - mx) = -1$. 1p
Ecuația asimptotei oblice este: $y = x - 1$. 1p
b) $f'(x) = 3x^2 - 3$. 2p
$f'(x) = 0$, cu rădăcinile $x_1 = -1$ și $x_2 = 1$. 3p
c) Reprezentarea grafică a funcției $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3x - x^3$ 3p
$a \in [-2; 2]$. 2p
2. a) $\int_2^4 \frac{1}{f_1(x)} dx = \int_2^4 x dx$. 3p
$\int_2^4 x dx = 6$. 2p
b) $\int_0^2 f_1(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{|x-1|+1} dx + \int_1^2 \frac{1}{|x-1|+1} dx = \int_0^1 \frac{1}{2-x} dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx$= 3p
$= -\ln(2-x)/_0^1 + \ln x/_1^2 = \ln 4$. 2p
c) $\lim_{a\to\infty} \int_0^1 f_a(x)\, dx = \lim_{a\to\infty} \int_0^1 \frac{1}{|x-a|+1} dx = \lim_{a\to\infty} \int_0^1 \frac{1}{a+1-x} dx =$ 2p
$= \lim_{a\to\infty}(-\ln(a+1-x))\ /_0^1 = \lim_{a\to\infty}(-\ln a + \ln(a+1)) = \lim_{a\to\infty} \ln\frac{a+1}{a} =$ 2p
$= \ln 1 = 0$. 1p

Notă:

[*] La orice soluție corectă se acordă punctaj maxim.
Se acordă 10 puncte din oficiu.